

**Agustín Mauro
Eugenio Mié Battán
Barbara Paez Sueldo
Juan Rocha**
(Eds.)

**Filosofía de la Ciencia por
Jóvenes Investigadores**
Vol. V

Filosofía de la Ciencia por Jóvenes Investigadores

Vol. 5

Agustín Mauro
Eugenio Mié Battán
Barbara Paez Sueldo
Juan Rocha

(Eds.)

Colecciones
del CIFYH 

Filosofía de la ciencia por jóvenes investigadores vol. V / Paulina Abaca... [et al.];
Editado por Agustín Mauro... [et al.]. - 1a ed. - Córdoba: Universidad Nacional de
Córdoba. Facultad de Filosofía y Humanidades, 2025.

Libro digital, PDF - (Colecciones del CIFFyH)

Archivo Digital: descarga y online

ISBN 978-950-33-1894-2

1. Epistemología. 2. Filosofía de la Ciencia. I. Abaca, Paulina II. Mauro, Agustín, ed.
CDD 120

Publicado por

Área de Publicaciones de la Facultad de Filosofía y Humanidades - UNC

Córdoba - Argentina

1º Edición

● ●
Área de
Publicaciones

Diseño gráfico y diagramación: María Bella

Corrección técnica: Martina Schilling

2025



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons
Reconocimiento – Compartir Igual (by-sa)



La ontología matemática de Kurt Gödel: acerca de los objetos de la matemática

Soberón Dante Javier*

1. Introducción

Kurt Gödel (1906-1978) puede ser calificado como uno de los matemáticos más importantes del siglo XX, sus aportes a la discusión acerca de los fundamentos de la matemática terminaron revolucionando la lógica y la manera de entender el funcionamiento matemático. El genio matemático de Gödel modificó y alteró el problema de la fundamentación de las matemáticas hasta sus niveles más profundos. Este autor terminó demostrando, con su famoso teorema de incompletitud, que el proyecto formalista de Hilbert era inviable.

El motivo de este trabajo es analizar el debate en torno a la existencia o no de los objetos de la matemática, para ello me propongo rastrear los fundamentos ontológicos presentes en las tesis de Gödel para llegar a vislumbrar su postura y su relevancia. Asumo que el impacto del matemático no está solamente en romper con las pretensiones formalistas de Hilbert, sino también en demostrar la naturaleza del lenguaje matemático y plantear una novedosa posición en este debate.

En la extensión de este trabajo me propondré mostrar la importancia de estas posturas defendidas por Gödel y como el autor nos brinda una visión novedosa y superadora en el marco de este debate.

2. La ontología matemática de Kurt Gödel

Se considera, quizá de manera mundana o poco reflexiva, a la matemática como una ciencia “exacta”, esto supone que el conocimiento que se deriva de ella es claro y distinto. Sin embargo, esta manera de entender a las matemáticas y su universo como un lugar de “seguridad” dentro de las ciencias supone, por añadidura, que los fundamentos que la sostienen son igual de exactos y seguros.

* Universidad Nacional de Tucumán / Contacto: javiersoberon98@gmail.com

En los *Collected Works* (Vol. 3) de Kurt Gödel aparece una conferencia que el matemático austriaco dictó en 1933 y que fue titulada “The present situation in the foundations of mathematics” [La situación presente en los fundamentos de las matemáticas]. Al inicio de dicha conferencia Gödel aclara el problema de los fundamentos:

El problema de dar un fundamento a las matemáticas (y por matemáticas entiendo aquí la totalidad de los métodos de demostración utilizados actualmente por los matemáticos) puede considerarse descompuesto en dos partes distintas. Primero estos métodos de demostración tienen que ser reducidos a un número mínimo de axiomas y reglas primitivas de inferencia, que tienen que ser establecidas con tanta precisión como sea posible, y entonces, en segundo lugar, debe buscarse una justificación en uno u otro sentido para estos axiomas, esto es, un fundamento teórico del hecho de que ellos llevan a resultados que están de acuerdo entre sí y con los hechos empíricos. (Gödel, 1933/2006b, p. 762)

El formalismo se ha encargado del primer aspecto que Gödel enuncia, pero la cuestión acerca de cómo se fundamentan esos axiomas y su vínculo con los hechos empíricos es algo que aún adeuda. El propio Gödel asume que: “con respecto a esta cuestión, debe decirse que la situación es extremadamente insatisfactoria” (Gödel, 1933/2006b, p.766). La situación es insatisfactoria a partir de que a los símbolos del lenguaje formal, que son las matemáticas, se les intenta asociar un significado. El autor considera que surgen a partir de esta situación tres tipos de dificultades, me centraré en la primera de estas, la cual está vinculada con la noción no constructiva de la existencia de los objetos matemáticos, Gödel la describe de la siguiente manera:

Amparados por los axiomas de nuestros sistemas se nos permite, por ejemplo, formar una proposición del tipo “Existe un entero que tiene cierta propiedad P” y, aunque podríamos no disponer de medios para comprobar si tal entero existe o no, aplicamos la ley del tercio excluido a esta proposición, exactamente como si en cierto reino objetivo de las ideas esta cuestión tuviera respuesta, independientemente del conocimiento humano (Gödel, 1933/2006b, p. 766)

En cierto sentido Gödel nos muestra que este problema nos lleva a un callejón sin salida o, mejor dicho, a un inevitable platonismo matemático: “nuestros axiomas, si son interpretados como afirmaciones significativas, necesariamente presuponen un tipo de Platonismo matemático que no puede satisfacer a ninguna crítica y que ni siquiera produce la convicción de que son consistentes” (Gödel, 1933/2006b, p. 767). Aquí aparece mencionada la noción de consistencia, concepto sumamente relevante en el pensamiento de Gödel y que merece aclaración. Cuando hablamos de consistencia en matemáticas hacemos referencia a la consistencia lógica presente en los sistemas formales de axiomas, esta consistencia lógica podría reducirse, teniendo en cuenta los motivos del presente trabajo, a aseverar que una propiedad de dichos sistemas formales de axiomas es que no pueden derivarse contradicciones a partir de ellos dentro del mismo sistema. Esto quiere decir simplemente que de los mismos axiomas no pueden derivarse las proposiciones p y $\sim p$. Volviendo a la cita de Gödel, en este autor el problema se vuelve de carácter ontológico, o sea, recae en la realidad o no de los objetos matemáticos más que en los problemas sobre la consistencia de los sistemas de axiomas. Justamente el matemático afirma que, referido a la consistencia “no tenemos porqué preocuparnos del significado de los símbolos de nuestros sistemas porque las reglas de inferencia nunca hacen referencia a su significado, y por tanto, la cuestión [de la consistencia] pasa a ser una cuestión de tipo combinatorio” (Gödel, 1933/2006b, p. 768).

El problema de la consistencia refiere a las relaciones que los símbolos del lenguaje formal establecen entre sí mientras que el significado de esos símbolos queda por fuera del debate. Lo que nos muestra Gödel es que bajo la propia formalización de los sistemas de axiomas matemáticos subyace un problema ontológico acerca de los fundamentos de esos axiomas.

2.1 Los objetos matemáticos como entidades independientes

Es importante aclarar por qué importa la ontología dentro del terreno de la matemática, Gustavo Piñeiro afirma en *La ontología matemática* lo siguiente: “ninguno de los axiomas o definiciones en los que se basa [la matemática] presupone que los objetos matemáticos existan por sí mismos, aunque tampoco presupone lo contrario” (Piñeiro, 2019, p. 149). Esto, sin embargo, no resuelve el problema ya que “la práctica matemática es

inconsistente con la afirmación de que los objetos matemáticos no existen en absoluto” (Piñeiro, 2019, p. 149). Entonces, ¿las matemáticas nos dicen algo del mundo? o incluso más ¿las matemáticas se *descubren* o se *inventan*? Las respuestas a estas preguntas se responden dependiendo de cómo consideremos a los objetos matemáticos, la cuestión requiere mayor discusión, pero en este caso la reduciremos a dos posturas más o menos claras y simples: que los objetos de la matemática son entidades independientes del razonamiento humano o, por el contrario, que los objetos de la matemática son construcciones mentales. Desde el punto de vista de la primera postura podríamos defender que las matemáticas nos afirman algo acerca de la realidad, de esos objetos que son independientes a nosotros y que los matemáticos descubren dichos objetos y sus relaciones. Si sostenemos la segunda postura podríamos responder que las matemáticas no están afirmando hechos del mundo sino más bien ciertas relaciones de un sistema particular de axiomas y que los objetos que las componen son inventados mediante distintos métodos (por ejemplo, convenciones sociales). Como se puede notar, la respuesta a estas simples preguntas nos pone en posiciones diametralmente opuestas con respecto a qué conocemos cuando conocemos las matemáticas. Aquí reside la importancia que Gödel ha estado marcando con respecto a resolver la naturaleza de los objetos matemáticos, es decir, la naturaleza de los fundamentos de los axiomas de la matemática.

La postura de Gödel no es explícita en sus textos, su adhesión a uno u otro compromiso ontológico debe rastrearse y reconstruirse a partir de lo que fundamenta a sus teoremas y deducciones. El más conocido de sus trabajos es el teorema de incompletitud, allí podemos encontrar su adhesión a cierto platonismo matemático, particularmente en el Segundo Teorema de Incompletitud (1931): “Afirma que la consistencia lógica de los axiomas de la aritmética de Peano de primer orden no puede ser demostrada mediante razonamientos respetables dentro de la aritmética” (Piñeiro, 2019, p. 34). Lo que implica este teorema según Piñeiro es que “todo teorema que se demuestre a partir de los axiomas de Peano de primer orden será, también él, un enunciado verdadero” (Piñeiro, 2019, p.35). Lo que nos importa aquí son las consecuencias ontológicas de este teorema, las cuales pueden ser resumidas de la siguiente forma: “Esta afirmación se basa, por supuesto, en una noción realista (o platonista) de la matemática, según la cual los axiomas son enunciados que se refieren a una realidad externa”

(Piñeiro, 2019, p. 35). El Segundo Teorema de Incompletitud cobra suma relevancia a la hora de entender por qué para Gödel la situación es, como dije anteriormente, extremadamente insatisfactoria. Y es que, a pesar de que en sus razonamientos subyace un cierto platonismo matemático, su teorema nos deja en la situación compleja de que “no sólo desconocemos la mayor parte del universo matemático (lo cuál sería esperable), sino también la existencia de la mayoría de los objetos postulados por las teorías matemáticas aceptadas” (Piñeiro, 2019, p. 77). La situación respecto al platonismo matemático presente en Gödel es, como mínimo, dudosa. Lo que sí podemos afirmar con respecto a su ontología es que no responde a un platonismo matemático pleno, ya que a partir de Gödel no podemos afirmar “el ideal de que dispongamos de pruebas de consistencia absoluta para todas las teorías matemáticas” (Piñeiro, 2019, p. 79). El panorama parece llevarnos hacia un terreno de escepticismo, planteándose la imposibilidad de tener un conocimiento completo y consistente del espacio matemático. Por este motivo es que Gödel afirmaba el problema de asumir un platonismo matemático respecto a darle un significado a los símbolos de la matemática.

3. Teorema de incompletitud, intuicionismo y desarrollo científico

En las secciones anteriores se habló de compromiso ontológico, resulta notorio como este autor logró derribar con sus teoremas a las tres grandes escuelas matemáticas de la época: el logicismo, el formalismo y el intuicionismo. Ninguna sobrevivió inocua a su embestida, ni siquiera su propio compromiso ontológico con el platonismo matemático pudo resistir a sus teoremas. Gödel concluyó con su teorema que “muchos sistemas formales, aunque son consistentes, no pueden ser completos y decidibles y la propiedad de ser consistentes tampoco puede ser demostrada” (Peña Páez, 2021, p. 3). Lo que Gödel demostró en última instancia es una imposibilidad, un límite lógico respecto a la naturaleza de las matemáticas. Al ser la matemática una ciencia no empírica, sino formal, la existencia de sus objetos matemáticos depende de la consistencia que el matemático mostró como imposible.

Lina María Peña Páez en un artículo titulado *Filosofía de la matemática: La intuición en el pensamiento de Kurt Gödel*, afirma que, lo que nos queda a partir del desarrollo teórico de Gödel es que “La verdad de ciertos

enunciados debe ser intuitiva. Puesto que la imposibilidad de demostrar un enunciado no implica que este no pueda ser verdadero, se concluye que verdad y demostrabilidad no son equivalentes” (Peña Páez, 2021, p.3). Este giro intuicionista se debe más que nada a las consecuencias ontológicas respecto a los teoremas que Gödel mismo demostró. Es esta su salida del escepticismo y lo que terminará acercando a la matemática al terreno de las ciencias empíricas: “Para Gödel, la intuición matemática no parece ser un método de conocimiento. Lo que sí tiene claro es que la necesita para ‘hacer’ matemáticas” (Peña Páez, 2021, p. 4). Este cambio de posición en Gödel hacia el intuicionismo tiene un motivo de ser, es su respuesta frente al escepticismo que resultaba de adherir al platonismo matemático como así también una posible solución frente al fracaso del proyecto formalista, el autor lo deja claro:

Pero, a pesar de su lejanía de la experiencia sensible, tenemos algo parecido a una percepción de los objetos de la teoría de conjuntos, como se puede ver por el hecho de que los axiomas mismos nos fuerzan a aceptarlos como verdaderos. No veo ninguna razón por la cual debamos tener menos confianza en este tipo de percepción, es decir, en la intuición matemática, que en la percepción sensible, que nos induce a construir teorías físicas y a esperar que futuras percepciones sensibles concuerden con ellas y, además, a creer que cuestiones no decidibles por el momento tengan significado y puedan ser decididas en el futuro. (Gödel, 2006a, p. 427)

Esto nos presenta un panorama esclarecedor respecto a la situación de la existencia de los objetos de la matemática, por un lado Gödel afirma un paralelismo entre la experiencia sensible y la intuición matemática, la consecuencia a partir de esto resulta ser una luz de esperanza frente a la crisis sobre los fundamentos de la matemática que imperaba en el siglo XX.

Pero entonces, los objetos de la matemática, ¿existen o no? y si existen, ¿lo hacen de forma independiente o no de la mente? Gödel dice “Junto a la intuición matemática, puede haber otro criterio (aunque sólo probable) de la verdad de los axiomas matemáticos, a saber, su fecundidad en las matemáticas e incluso, se podría añadir, quizá también en la física” (Gödel, 2006a, p. 429). El rol de la intuición se vuelve fundamental a estas alturas para analizar el problema ontológico respecto de los objetos matemáticos: “El punto interesante radica en que para Gödel lo importante es reflexio-

nar sobre el significado de estas estructuras y a esa reflexión él la llama intuición de conceptos” (Peña Páez, 2021, p. 7). La intuición en Gödel tiene entonces un carácter fundamental en relación al conocimiento de los objetos matemáticos, sin embargo no es lo mismo que los objetos en sí. Su función tampoco es una especie de revelación metafísica sino que está estrechamente vinculada con los conocimientos previos que se tengan y permitan abordar el conocimiento matemático: “Vemos que en Gödel aparece una idea que involucra la intuición con un proceso dinámico, no con una facultad misteriosa, sino como una facultad en la que se puede educar a un individuo y que viene dotada de intencionalidad” (Peña Páez, 2021, p.7). Esta es la réplica contra el escepticismo que propone Gödel, la intuición funciona en niveles parciales y graduales como acceso al conocimiento matemático, pero nos permite proceder de manera similar a como lo hace la ciencia empírica respecto de la experiencia sensible. No todo se reduce a la experiencia sensible o la intuición matemática, no se puede afirmar que la matemática es también empírica, pero sí se asume un rol fundamental para la intuición a la hora de acceder al conocimiento de los objetos matemáticos y su existencia.

Es entonces, para Gödel, la intuición un hecho psicológico y por tanto debe ser analizada en esos términos:

Que la intuición matemática pueda ser “interpretada” como un hecho psicológico muestra que las construcciones de las matemáticas son humanas y que esa sensación de evidencia sobre las proposiciones es solamente inquestionable en la medida en que el individuo que las “percibe” ha sido educado en ese mundo de las leyes de la matemática. Las demostraciones de incompletitud de Gödel serán evidentes únicamente para aquellos matemáticos o estudiantes que estén familiarizados con los conceptos de la teoría de conjuntos. Es decir, las proposiciones de la matemática son verdaderas en tanto que son contrastadas con un sistema de referencia específico. (Peña Páez, 2021, p. 9)

Lo que Gödel está haciendo a estas alturas es un paralelismo entre matemáticas y física: “Afirmará, además, que no existe razón por la cual se deba tener menos confianza en la intuición matemática que en la percepción sensible, puesto que la intuición nos induce a construir nuevas teo-

rías, con la esperanza de que futuras percepciones concuerden con ellas” (Peña Páez, 2021, p. 9).

4. Conclusión

A pesar de que Gödel rompe con una gran tradición matemática y desarma los principales proyectos de la época, no propone quedarnos en un escepticismo. Las imposibilidades que plantea son límites a las ambiciones del formalismo, logicismo e intuicionismo. Todo esto resulta importante porque la pregunta acerca de los fundamentos de la matemática no es menor. Es una posición filosófica fundamental que nos ubica frente a grandes preguntas que influyen a la hora de entender qué son y cómo funcionan las matemáticas. La existencia o no de los objetos con los que opera la matemática es importante porque nos sitúa de una u otra manera frente a la pregunta crucial respecto de qué conocimiento nos brinda la matemática, que nos dice del mundo. A pesar de que la concepción ontológica de Gödel varía y de que sus teoremas puramente matemáticos se pliegan al platonismo (como la mayoría de los matemáticos), tiene la habilidad de buscar novedosas formas de salir de las encrucijadas que él mismo descubrió. El debate sobre la existencia o no de los objetos de la matemática es demasiado extenso y complejo, por lo cual sería ambicioso prometer resolverlo en los límites de este trabajo, sin embargo creo que las nociones de Gödel que se han desarrollado a lo largo de este escrito son cruciales para entender el desarrollo de la ciencia y el conocimiento. Sus golpes críticos a la idea de una matemática completa y consistente abren un panorama rico para quienes se dedican al quehacer científico. Sus teoremas de incompletitud y los imposibles planteados en ellos nos permiten un análisis crítico y novedoso del conocimiento científico. Incluso sus giros intuicionistas permiten a la matemática poder continuar su desarrollo a pesar de las propias decepciones que el autor dejó en las escuelas clásicas de la matemática.

Referencias

Gödel, K. (2006a). *Obras Completas*. Alianza.

Gödel, K. (2006b). La situación presente en los fundamentos de las matemáticas. *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 9(3),



761–771. (Trabajo original publicado en 1933) <http://eudml.org/doc/44180>

Peña Páez, L. M. (2021). Filosofía de la matemática: La intuición en el pensamiento de Kurt Gödel. *Filosofía Unisinos*, 22(2), 113. <https://doi.org/10.4013/fsu.2021.222.06>

Piñeiro, G. (2019). *La ontología de la matemática. Una defensa del convencionalismo como solución al problema de la existencia de los objetos matemáticos*. [Tesis de doctorado]. FILODIGITAL. Recuperada en: <http://repositorio.filo.uba.ar/handle/filodigital/11272>

